Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
Naturwissenschaftliche Fakultät III
Institut für Informatik

2. Übung zur Vorlesung „Audiosignalverarbeitung und Information Retrieval“

Sommersemester 2008 Ausgabe: 2008-04-24

Abgabe: 2008-05-15

Aufgabe 2.1: Phasendarstellung

Stellen Sie $\sin(\alpha+\varphi)$ als gewichtete Summe von $\sin\alpha$ und $\cos\alpha$ dar.

Aufgabe 2.2: Gibbs-Phänomen

Die Rechteckschwingung lässt sich wie folgt als Fourier-Reihe darstellen:

$$x(t) = \sum_{k\in\mathbb{N}_0} \frac{1}{2\cdot k+1}\cdot\sin((2\cdot k+1)\cdot t) \qquad .$$

Die Fourier-Reihe konvergiert nicht gleichmäßig. Wie groß sind die Überschwingungen jeweils nach oben und unten im Grenzfall?

$$\begin{aligned} &\lim_{n\to\infty}\min_{t\in[0,\pi]}(x(t)-s_n(t)) \\ &\lim_{n\to\infty}\max_{t\in[0,\pi]}(s_n(t)-x(t)) \\ s_n(t) \quad &= \quad \sum_{k=0}^{n}\frac{1}{2\cdot k+1}\cdot\sin((2\cdot k+1)\cdot t) \end{aligned}$$

Aufgabe 2.3: Fouriertransformation

a) Untersuchen Sie, ob die diskrete Fouriertransformation F mit

$$\begin{aligned} (Fx)_j &= \sum_{k=0}^{n-1} x_k\cdot z^{j\cdot k} \\ j &\in \{0,\ldots,n-1\} \\ z &= \exp\left(\frac{-2\cdot\pi\cdot i}{n}\right) \end{aligned}$$

unitär ist, d.h. das Skalarprodukt unverändert lässt.

b) Beweisen Sie, dass die stetige Fouriertransformation $\mathcal{F}$ mit

$$(\mathcal{F}f)(\xi) = \int_{\mathbb{R}} f(x)\cdot\exp(-2\pi i\cdot\xi\cdot x)\,\mathrm{d}\,x$$

unitär ist.

Aufgabe 2.4: Dezibel

Drücken Sie den Umfang der erzeugbaren Amplituden in Dezibel aus, jeweils für diskrete Signale mit Abtastwerten aus 8 Bit, 16 Bit und 24 Bit.